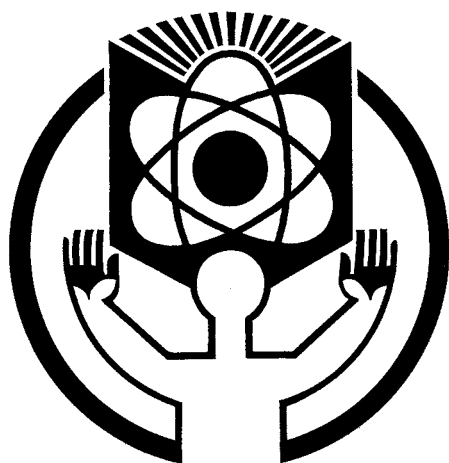


# ЕСТЕСТВЕННО-НАУЧНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ



*Баранова Надежда Николаевна*  
ПЕЧОРСКАЯ ГИМНАЗИЯ

*Сатрова Талина Владимировна*  
КРАСНОГОРОДСКАЯ СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА

*Иванова Талина Петровна*  
ГИМНАЗИЯ, Г. ОСТРОВ

*Анисимова Светлана Николаевна*  
ПСКОВСКАЯ СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА,  
ПСКОВСКИЙ РАЙОН

*Остапенко Марина Владимировна*  
МИЛИЦЕЙСКО-ПРАВОВОЙ ЛИЦЕЙ № 8, Г. ПСКОВ

*Хвоинская Надежда Николаевна*  
ЛИНГВИСТИЧЕСКАЯ ГИМНАЗИЯ, Г. ПСКОВ

*Витковская Татьяна Валентиновна*  
«ЦЕНТР ОБРАЗОВАНИЯ «ПСКОВСКИЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ  
КОМПЛЕКС»», Г. ПСКОВ

*Масловская Талина Михайловна*  
ПЛЮССКАЯ СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА

*Срочаева Людмила Михайловна*  
СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА № 1, Г. ДНО

*Андреева Лариса Александровна*  
ЛОКНЯНСКАЯ СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА

*Максимова Алла Алексеевна*  
ЗАПОЛЬСКАЯ ОСНОВНАЯ ШКОЛА, СТРУГО-КРАСНЕНСКИЙ РАЙОН

*Петрова Оксана Геннадьевна*  
СЕРЕДКИНСКАЯ СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА,  
ПСКОВСКИЙ РАЙОН

*Черноцурская Лилия Леонидовна*  
ЛЕХОВСКАЯ СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА,  
НЕВЕЛЬСКИЙ РАЙОН

*Марголин Эдуард Максевич*  
ШКОЛА № 7, Г. ВЕЛИКИЕ ЛУКИ

*Мокаржевская Валентина Васильевна*  
ЛИЦЕЙ № 11, Г. ВЕЛИКИЕ ЛУКИ

*Жгун Александр Ильич*  
ДЕДОВИЧСКАЯ СРЕДНЯЯ ШКОЛА № 1

*Волкова Людмила Александровна*  
«ЦЕНТР ОБРАЗОВАНИЯ «ПСКОВСКИЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ  
КОМПЛЕКС»», Г. ПСКОВ

*Безгодова Талина Петровна*  
ДЕДОВИЧСКАЯ СРЕДНЯЯ ШКОЛА № 2

2

ЕСТЕСТВЕННО-НАУЧНОЕ  
ОБРАЗОВАНИЕ

-1-

На момент проведения урока ученикам знакомо определение степени с рациональным показателем, её свойства. Поэтому на данном уроке необходимо рассмотреть понятие степени с иррациональным показателем, ввести определение показательной функции, сформулировать её свойства.

Изложение нового материала начинаем с *определения*:

*Показательной функцией называется функция вида  $y = a^x$ , где  $a$  — некоторое фиксированное число.*

В природе наблюдается целый ряд явлений, которые математически можно описать с помощью показательных функций. Например, распад радия, изменение атмосферного давления с изменением высоты.

Рассмотрим *свойства функции*.

1. Область определения. Вопрос об области определения трудный. Мы пока рассматривали только степень с рациональным показателем. А как быть с иррациональным показателем?

Степень с иррациональным показателем  $t$  определяется следующим образом. Для числа  $t$  выбирается последовательность рациональных чисел  $t_1, t_2, \dots, t_n$ , задающая приближение числа  $t$  с любой степенью точности. Строится последовательность степеней с рациональными показателями  $a^{t_1}, a^{t_2}, \dots, a^{t_n}, \dots$ . Оказывается, что существует некоторое число  $a$ , к которому члены этой последовательности приближаются с любой степенью точности. Это число и называется степенью  $a^t$ . Вывод: степень с иррациональным показателем вычисляется приближённо. Сначала мы задаём приближения к числу  $t$  с помощью рациональных чисел, затем вычисляем степени с рациональным показателем.

Для того чтобы убедить учащихся в вышеизложенном, обратимся к подготовленной для урока программе (приложение).

Пусть  $a=2$ , шаг 1. Видим на экране несколько точек, которые выстраиваются вдоль некоторой линии.

Уменьшим шаг до 0,5, затем до 0,1. Последний вариант показывает, что точки почти соединились плавной линией.

Сделаем шаг  $\sqrt{2}$  и убедимся, что и в этом случае точки попадают на ту же линию. (В этом случае программа заменила иррациональные числа их приближёнными значениями и нашла значение степени.)

Делаем вывод: *область определения показательной функции — множество всех действительных чисел.*

2. *Область значений — множество положительных чисел.* Вопрос к учащимся — почему?
3. Теперь, внося изменения в программу, построим графики функций для разных значений  $a$  в одной системе координат. Построив графики функций  $y=2^x, y=3^x, y=4^x$ , замечаем, что при  $x < 0$  график функции растёт медленнее, при  $x > 0$  — быстрее.
4. Построить графики функций  $y=0,5^x, y=0,3^x$ . Сделать вывод: *при  $a > 1$  функция является возрастающей, при  $0 < a < 1$  — убывающей.*

А при  $a=1$ ? (Вопрос учащимся.) *Постоянная.* (Показать график.) Выполнить устно задание № 453 из учебника.

Вопрос учащимся: «Вы видели, что графики всех построенных нами показательных функций проходили через одну точку. Каковы её координаты? Почему?»

При выполнении задания № 446 будем пользоваться представлением о графике показательной функции и повторим вопрос о преобразованиях графиков функций. Учащиеся выполняют для каждого задания схематически чертёж в тетрадах, затем записывают область значений функции. После самостоятельного выполнения задания можно прокомментировать решение и через кодоскоп продемонстрировать преобразования графиков функций.

5. Вопрос к учащимся: «Что можно сказать о наибольшем,наименьшем значениях функции, её экстремумах?»

Выполнить задание № 455 (а,б), ведя совместное обсуждение решения. Подводя итог изучения нового материала,рассмотреть вопросы:

- а) определение показательной функции;
- б) область определения показательной функции;
- в) область значений показательной функции;
- г) возрастание (убывание) функции при различных значениях  $a$ ;
- д) № 459;
- е) при каком значении  $a$  график показательной функции проходит через точку  $M(2;9)$ ?
- ж) № 477.

Задание на дом: п. 35, № 454,455 (в,г).

#### ПРИЛОЖЕНИЕ

#### ПРОГРАММА С КОММЕНТАРИЯМИ НА ЯЗЫКЕ QBASIC

SCREEN 12	
LINE (320,10)-(320,400)	Построение координатных осей
LINE (10,240)-(500,240)	
LINE (500,240)-(490,230)	
LINE (500,240)-(490,250)	
LINE (320,10)-(310,20)	
LINE (320,10)-(330,20)	
FOR x= 320 TO 10 STEP -10	Нанесение делений на координатных осях
LINE (x,238)-(x,242)	
NEXTx	
FOR x = 320 TO 490 STEP 10	
LINE (x,238)-(x,242)	
NEXTx	
FOR y = 240 TO 20 STEP -10	
LINE (318,y)-(322,y)	
NEXT y	
FOR y = 240 TO 400 STEP 10	
LINE (318,y)-(322,y)	
NEXT y	
FOR i = 1 TO 4	Эта и последняя строки нужны в программе для получения нескольких графиков в одной системе координат
INPUT "Ведите основание а"; a	Ввод основания степени
FOR x = -10 TO 10 STEP .1	Построение графика функции
y = a^x	
u = 320 + x*10	
v = 240 - y * 10	
PSET(u, v)	
NEXTx	
NEXTi	

#### ЗАМЕЧАНИЕ 1

Учебник, по которому ведётся преподавание: «Алгебра и начала анализа»: Учеб. для 10—11 кл. общеобразоват. учреждений / А.Н. Колмогоров, А. М. Дудницын и др.; Под ред. А.Н. Колмогорова. — 14-е изд. — М.: Просвещение, 2004.

## ЗАМЕЧАНИЕ 2

Урок рассчитан на учащихся общеобразовательного класса.

## ЗАМЕЧАНИЕ 3

Такой урок может провести учитель, не владеющий языком программирования QBasic. Аналогичную программу можно написать на других языках программирования или воспользоваться для построения графика показательной функции, например программой Microsoft Office Excel.

---

---

*Сатарова  
Талина  
Владимировна*

---

---

### МАТЕМАТИКА

### МЕТОДИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА ПО ТЕМЕ «ПРИМЕНЕНИЕ ПРОЕКТОВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ»

---

---

ТЕМА УРОКА «ГЕОМЕТРИЯ ВОКРУГ НАС». 9 КЛАСС

*Подготовка к уроку.* За месяц до урока класс разделить на 4 группы, выбрать руководителя группы. Каждая группа получает тему проекта, над которой работает в течение месяца.

#### ЭТАПЫ РАБОТЫ

- Объявление темы урока, выбор проблемы в рамках темы урока;
- анализ собранной информации, исследовательская деятельность учащихся (при помощи учителя);
- оформление результатов работы: презентация, буклет.

#### ЦЕЛИ УРОКА

- Образовательные:
  - актуализация опорных знаний в области геометрии,
  - умение применять теоретические знания на практике,
  - повторение опорных тем «Геометрия 7—9».
- Развивающие:
  - развитие интеллектуальных способностей через исследовательскую деятельность,
  - развитие умения самостоятельного поиска необходимой информации,
  - развитие и тренировка памяти в процессе выполнения конкретных заданий,
  - формирование умений анализировать, сравнивать, рассуждать, выделять главное, ставить вопросы, видеть проблему.
- Воспитательные:
  - воспитание, трудолюбие, настойчивости в получении знаний,
  - воспитание, умение работать в группе.

#### ХОД УРОКА

#### *Организационный момент*

Сегодня у нас не совсем обычный урок — урок защиты проекта «Геометрия вокруг нас».

Я думаю, что нашему проекту можно дать творческое название «Геометрия. Природа. Красота».

Основопологающий вопрос, на который мы постараемся сегодня ответить: «Есть ли взаимосвязь между геометрией и окружающим нас миром?»

Проблемные вопросы:

- Как возникла наука «Геометрия»?
- Какие изученные темы имеют практическое применение?
- Геометрия рядом?

Эпиграфом нашему уроку может послужить высказывание Ж. Фурье: «Пристальное, глубокое изучение природы есть источник самых плодородных открытий математики».

*Темы исследований учащихся, которые представит каждая группа:*

1. История возникновения науки геометрии. (Буклет, викторина.)
2. Что нужно знать для применения геометрии на практике? (Буклет, презентация, дидактический материал.)

3. Походная геометрия без формул и таблиц. (Презентация.)

4. «Золотое сечение» — что это? (Презентация.)

Предоставляется слово участникам проекта.

Выступление представителей групп.

Пример одной презентации.

ЗОЛОТОЕ СЕЧЕНИЕ – ЧТО ЭТО?

«Кто владеет информацией, тот владеет миром». (Современная пословица.)

ЧТО ТАКОЕ «ЗОЛОТОЕ СЕЧЕНИЕ»?

- Золотое сечение — это деление отрезка на две неравные части так, чтобы большая из них была средней пропорциональной между меньшей частью и всем отрезком.
- Пусть  $a$  — длина всего отрезка,  $x$  — большая часть отрезка,  $(a-x)$  — меньшая часть, то

$$x^2 = (a-x) \cdot a \Rightarrow x^2 + ax - a^2 = 0 \Rightarrow x \div a = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

- Пусть  $\varphi = x \div a \Rightarrow \varphi \approx 1$ .

- Число  $\varphi$  связано с рядом Фибоначчи (определяется формулой:  $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$  1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; 34; 55; 89; ...)

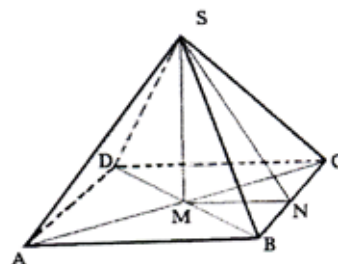
- По мере возрастания ряда отношение двух последовательных членов  $\varphi$  стремится к  $\varphi$ ,

то есть  $\frac{a_{n+1}}{a_n} \rightarrow \varphi$  при  $n \rightarrow \infty$

ИСТОКИ ЗОЛОТОГО СЕЧЕНИЯ

- Золотая пропорция была известна древним египтянам (около 10 000 лет назад) при постройке пирамид. Рассмотрим применение золотого сечения:  $SMN$  в ее осевом сечении — основной элемент.  $SM:MN=SN:NM$ , причем  $SN:NM=1/\varphi$ .

Пусть  $MN=X$ , то  $SN:X=1/SN=X_1/\varphi$ , стороны  $SMN$  составляют геометрическую прогрессию:  $X; x; x_1/\varphi$ .



- Также древние греки знали соотношение определенных участков тела.

ГДЕ ПРИМЕНЯЕТСЯ ЗОЛОТОЕ СЕЧЕНИЕ?

- Архитектура (к примеру, пирамиды).
- В геометрии и стереометрии. Евклид применял золотое сечение при построении правильных 5 и 10-угольников, и 12 и 20-гранников.
- В XV-XVI вв. увеличился интерес к золотому сечению у ученых, архитекторов и художников (которые рисовали с помощью золотого сечения «правильные» части тела).
- Неординарное применение: создание эмблемы пифагорейцев — правильный 5-угольник, в котором каждый отрезок разделен золотым сечением по отношению к соседнему меньшему:  $AB:AD=AD:(AB-AD)$ .

ЧТО ТАКОЕ «ЗОЛОТЫЕ ФИГУРЫ»?

- «Золотая фигура» — фигура, в которой отношение каких либо сторон равно  $\varphi$ .

- Примеры:

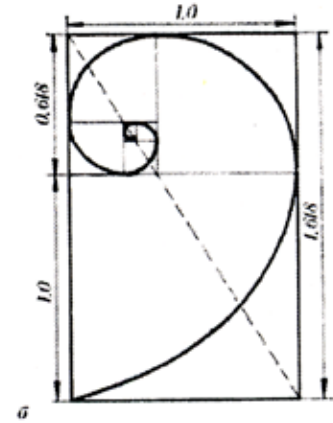
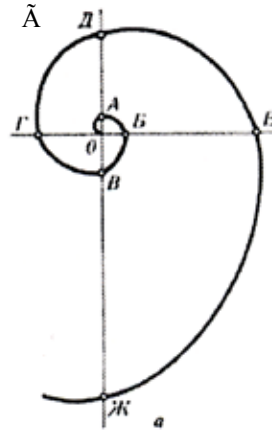
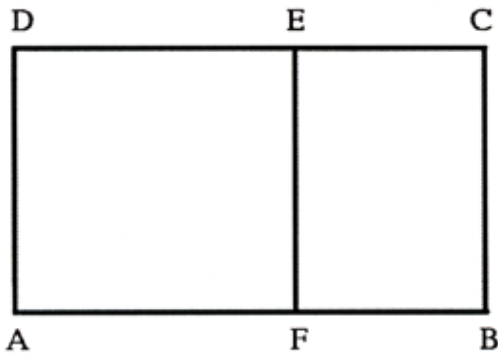
1. «Золотой прямоугольник» — прямоугольник, в котором отношение двух его сторон равно  $\varphi$ .

(Примечательно: если  $ABCD$  разделить на квадрат  $ABEF$

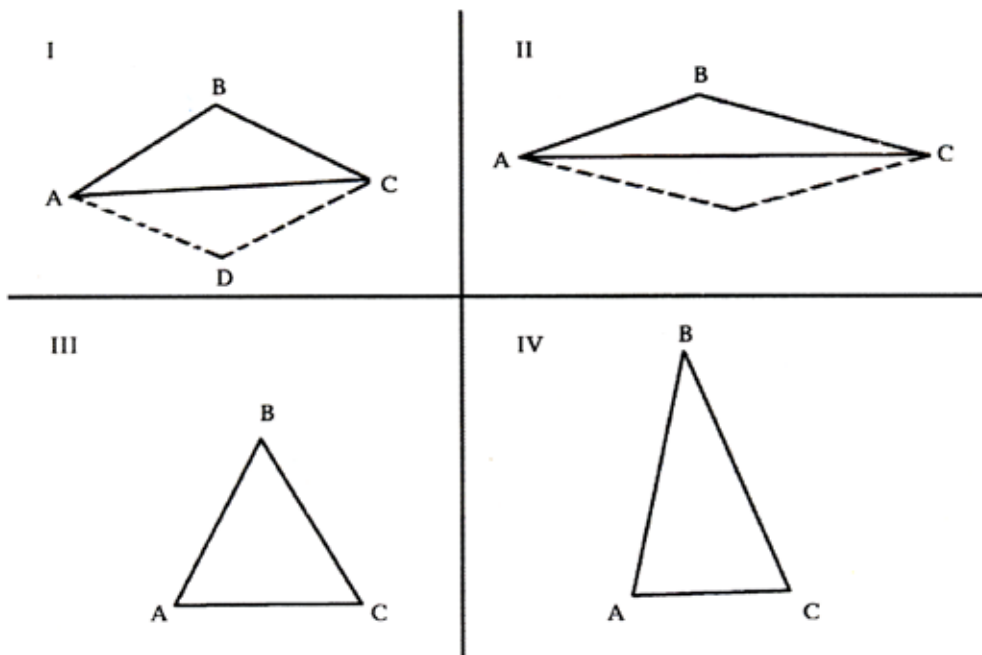


и прямоугольник EFCD, то  $FC:CD = \varphi$ ).

2. «Золотые треугольники» — треугольник, у которого отношение двух сторон равно  $\varphi$ .
3. «Золотые ромбы» — здесь отметим, что для его построения можно воспользоваться «золотыми треугольниками».
4. «Золотая спираль» — образуется, если золотой прямоугольник разбить дальше на золотые прямоугольники (см. пример) и соединить вершины квадратов плавной кривой.



—6—



«Геометрия владеет двумя сокровищами: одно из них — это теорема Пифагора, и другое — деление отрезка в среднем и крайнем отношении ... Первое можно сравнить с морем золота, второе больше напоминает драгоценный камень» (Иоганн Кеплер).

Мы хотим всё это обобщить:

1. Золотое сечение часто встречается в природе, в архитектуре, в художественной культуре.
2. Золотое сечение может применяться в геометрии и стереометрии.

#### ПОДВЕДЕНИЕ ИТОГОВ

##### Работа с классом

- Дала ли работа над проектом ответ на вопрос «Есть ли взаимосвязь между геометрией и окружающим нас миром?»
- Постарайтесь сделать вывод, где может применить свои знания девятиклассник на практике?

Мне хочется закончить нам урок словами одного мудреца: «Высшее проявление духа — это разум. Высшее проявление разума — это геометрия. Клетка геометрии — треугольник. Он так же неисчерпаем, как и Вселенная. Окружность — душа геометрии. Познайте окружность, и вы не только познаёте душу геометрии, но и возвысите душу свою».

Подведём итог урока, ответив на вопросы анкеты.

#### АНКЕТА

1. Ты повысил свои знания?  
Да  
Нет  
Не знаю
2. Повысил свой авторитет среди товарищей?  
Да  
Нет  
Не знаю
3. Понравился ли ты себе на уроке?  
Да  
Нет  
Не знаю
4. Показал ли ты свои знания?  
Да  
Нет  
Не знаю
5. Твое мнение о проведенном уроке.  
Очень понравился  
Не очень  
Совсем не понравился

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Будакова Е.М. Практические работы по математике для 5—8 классов. — Куйбышевское книжное издательство, 1966.
2. Гаврилова Т.Д. Занимательная математика 3—11 классы. — Волгоград: «Учитель», 2006.
3. Колосов А.А. Книга для внеклассного чтения по математике в старших классах. — М.: «Учпедгиз», 1993.
4. Лиман М.М. Практические задачи по геометрии. — М.: «Учпедгиз», 1961.
5. Перельман Я.И. Занимательная геометрия. — М., 1994.
6. Предпрофильная подготовка учащихся 9 классов по математике — М., 2006.
7. Рязановский А.Р., Зайцев Е.А. Дополнительные материалы к уроку математики. 5—7 классы. — М.: «Дрофа», 2001.
8. Шуба М.Ю. Занимательные задания в обучении математике. — М.: «Просвещение», 1995.

---

---

*Иванова  
Талина  
Петровна*

---

---

**МАТЕМАТИКА**

**РАЗРАБОТКА УРОКА ПО ГЕОМЕТРИИ  
В 9 КЛАССЕ  
«ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КООРДИНАТ**

---

---

#### ЦЕЛИ

Формирование умений анализировать условие задачи, осуществлять поиск решения, овладение компонентами координатного метода, способствование выработке у школьников желания и потребности обобщения изучаемого, развитие вычислительных и графических навыков, пространственных представлений, геометрической интуиции.

#### ОБОРУДОВАНИЕ

Карточки № 1, № 2, № 3, компьютер, проектор, портрет Рене Декарта, классная доска, мел, линейка, угольник.

## I. Вступительное слово учителя

Изобретатель метода координат французский математик Рене Декарт (1596 — 1650) заявил: «Я решил все задачи». Могло ли это быть? (Ответы учащихся.) Координатный метод является одним из эффективных инструментов решения задач. Он позволяет решать геометрические задачи средствами алгебры, сводить построения к вычислениям. Зачастую преобразования формул и выражений ведут к цели более простым и коротким путем. Это и послужило обоснованием заявлению Декарта. Известны случаи, когда на международных олимпиадах школьников по математике отдельным участникам олимпиады удавалось решить координатным методом почти все предложенные геометрические задачи.

## II. Проверка домашней работы, закрепление опорных знаний, умений

Через задачи повторим то, что важно знать, понимать и уметь при решении задач методом координат.

Первый и второй ученики: карточки № 1 и № 2. Ученики приглашаются за первые парты и решения задач сдают учителю. Третий ученик: из домашнего задания № 944, четвертый ученик: карточка № 3; ученики работают на закрытых досках, чтобы их решения проверил класс.

*Карточка № 3*

- 1) Установите, относительно какой из координатных осей симметричны точки А (7; 2) и В (—7; 2).
- 2) Точки А (5; ...) и В (...; 2) симметричны относительно оси Ох. Запишите пропущенные координаты.
- 3) Точка М(х, у) находится от начала координат и точки А(4; 0) соответственно на расстояниях 3 и 4. Определите координаты точки М.

*Диктант.* Содержит задачи, формирующие координатный метод: на построение точки по ее координатам, на нахождение координат заданных точек, на вычисление расстояния между точками, на оптимальный выбор системы координат и т. д.

После окончания диктанта идет самопроверка с помощью компьютера и проектора через просмотр слайдов с краткими решениями или ответами к каждой задаче.

## III. Обучение решению задач координатным методом

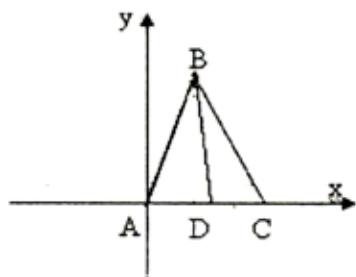
Наибольшее распространение среди планиметрических задач, решаемых координатным методом, имеют задачи двух видов. Задачи первого вида — это задачи на обоснование зависимостей между элементами фигур, особенно между длинами этих элементов. Задачи второго вида — это задачи на нахождение множеств точек, удовлетворяющих определенным свойствам. На данном уроке учимся решать задачи первого вида.

Ставится задание: после решения двух задач выделить общее в их решении. Задачи решаются фронтально.

*Задача 1.* В треугольнике ABC  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$ ,  $BD$  — медиана.

$$BD = \frac{\sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}}{2}.$$

Докажите, что



*Решение.* Выберем прямоугольную систему координат так, чтобы точка А служила началом координат, а прямая АС — осью Ох. В выбранной системе координат точки А, С, и D имеют координаты: А(0; 0), D(b/2; 0) и С(b; 0). Обозначим координаты точки В через х и у. Тогда, используя формулу для нахождения расстояния между двумя точками, получаем:  $x^2 + y^2 = c^2$  и  $(x - b)^2 + y^2 = a^2$  (1).

По той же формуле  $BD^2 = (x - b/2)^2 + y^2$ ,  
или  $BD^2 = x^2 - x b + b^2/4 + y^2$ .

Из равенств (1) получим:  $b x = (c^2 + b^2 - a^2)/2$ .

И тогда  $BD^2 = c^2 - (c^2 + b^2 - a^2)/2 + b^2/4 = (2 a^2 + 2 c^2 - b^2) / 4$ .

*Задача 2.* В треугольнике ABC  $AB = 4$ ,  $AC = 6$ ,  $\angle A = 60^\circ$ . Найдите медиану, проведенную из вершины А.

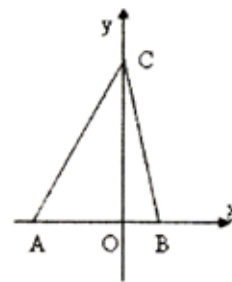
*Решение.* Выберем систему координат, как показано на рисунке. Рассмотрим прямоугольный треугольник АОС. Так как угол АСО равняется  $30^\circ$ , то  $AO = 3$ ,  $CO = AC/\sin 60^\circ = 3\sqrt{3}$ ;  $BO = AB$



–  $AO=1$ . Тогда:  $A(-3; 0), B(1,0), C(0; 3\sqrt{3})$ . Координаты точки  $M$ , середины стороны  $BC$ , найдем по формулам для нахождения середины отрезка, получим  $M(1/2; 3\sqrt{3}/2)$ .

Длину медианы  $AM$  найдем по формуле расстояния между двумя точками:

$$AM = \sqrt{(1/2 + 3)^2 + (3\sqrt{3} - 0)^2} = \sqrt{76/4} = \sqrt{19}.$$



*Вопрос учащимся:* Что общего в решениях обеих задач? (Ответы учащихся.) Ответы обобщаются: выбирается система координат, причем делается это удобным образом. Точкам, фигурирующим в задаче, приписываются координаты. Используются формулы для нахождения расстояния и середины отрезка. Выполняются вычисления или алгебраические преобразования.

*Работа с учебником.* Задачи № 952 и № 953, разобранные в учебнике, учащиеся изучают самостоятельно.

*Задача 3 (для самостоятельного решения).* В равнобедренном треугольнике  $PKN$  медиана  $KM$ , проведенная к основанию, равна 8. Найдите длину медианы, проведенной из вершины  $N$ , если  $NP = 20$ .

Ответ:  $\sqrt{241}$ .

*Задание учащимся.* Сформулируйте этапы решения задач координатным методом. (Ответы учащихся.) Ответы обобщаются: использование координатного метода при решении геометрических задач предполагает обычно выполнение трех этапов: 1) перевод задачи на координатный (аналитический) язык; 2) преобразование аналитического выражения или выполнение вычислений; 3) обратный перевод, т. е. перевод с координатного языка на язык, в терминах которого сформулирована задача.

#### IV. Итог урока

Метод координат — мощный метод решения задач. Компьютер без труда может построить очень сложную геометрическую кривую. Для этого он вычисляет координаты ее точек, т. е. использует метод «геометрического исчисления», введенный в математику Декартом. Значит, современные языки программирования, связанные с компьютерной графикой, в конечном счете обязаны своим возникновением Декарту. Поблагодарим его за все, памятуя, что далеко видят стоящие на плечах предшественников, а не попирающие их ногами.

*Отметки, оценки. Домашнее задание:* № 954, № 955, № 958; № 956 — по желанию.

*Анисимова*

*Светлана*

*Николаевна*

МАТЕМАТИКА

РАЗРАБОТКА УРОКА ПО МАТЕМАТИКЕ

В 6 КЛАССЕ

«ВЗАИМНООБРАТНЫЕ ЧИСЛА»

ЦЕЛЬ УРОКА

Сформировать понятие взаимно обратных чисел.

ЗАДАЧИ:

- формировать умение работать с определением, умение находить число, обратное данному;
- создать условия для самовыражения, саморазвития ребёнка;
- содействовать формированию навыков исследования;
- воспитывать математическую культуру.

ОБОРУДОВАНИЕ

Компьютер, мультимедийная система.

**1 этап. Устный счёт и актуализация знаний учащихся**

1. Начнём урок с проверки домашнего задания.

Ребята приготовили нам задачи для устной работы.

*Игра:* В магазине «Зенден» сезонная скидка 20%. Сапоги стоят 1500 рублей. Сколько будут стоить сапоги со скидкой? (Ответ: 1200 р.)

**Вадим:** Я купил фотоаппарат, цена которого 10 000 р., в магазине «Компьютерный мир», где действуют скидки 5%. Сколько я заплатил? (Ответ: 9500 р.)

**Марина:** В компании «Авоп» один спрей стоит 80 рублей. Если вы покупаете два, то скидка 20%. Сколько вы должны заплатить? (Ответ: 128 р.)

**Юля:** Мамина зарплата 6000 р. 13 % составляет подоходный налог. Сколько мама получает на руки? (Ответ: 5220 р.)

**Саша:** Мы положили с мамой 2000 р. на год в Сбербанк России, где 9% годовых. Какова наша прибыль? (Ответ: 180 р.)

2. Заполните пропуски:

5/6 от 60 равно ? (Ответ: 50)

4/? от 30 равно 24 (Ответ: 5)

?/3 от 21 равно 14 (Ответ: 2)

9/11 от ? равно 27 (Ответ: 33)

3. Представьте число в виде неправильной дроби:  $3\frac{3}{4}$ ; 4,5;  $2\frac{3}{8}$ ;  $1\frac{2}{3}$ ; 3,3; 0,7; 24.

## 2 этап. Мотивация изучения нового материала

Сегодня на уроке мы попытаемся работать как настоящие математики, будем анализировать, делать выводы и, может, свои открытия. Для этого мы проведём небольшое исследование. План исследования перед вами (парная работа).

План исследования:

-10-

Выполните умножение: (подробно)	Ответ	Выберите пары чисел, произведение которых равно 1	Укажите числитель и знаменатель каждой дроби из такой пары. Сравните числитель и знаменатель каждой дроби. Сделайте вывод	
			1 множитель	2 множитель

1.  $3\frac{2}{3} \cdot 5 =$

2.  $7\frac{4}{4} \cdot 4\frac{7}{7} =$

3.  $2\frac{1}{2} \cdot 2\frac{2}{5} =$

4.  $7\frac{1}{4} \cdot 4 =$

5.  $54 \cdot 1\frac{1}{54} =$

6.  $3\frac{4}{7} \cdot 1\frac{1}{7} =$

7.  $2 \cdot 0,5 =$

8.  $4,4 \cdot 10\frac{10}{33} =$

Назовите результаты умножения. Укажите пары чисел, которые вы выбрали? Какой вывод вы сделали?

## 3 этап. Изучение нового материала

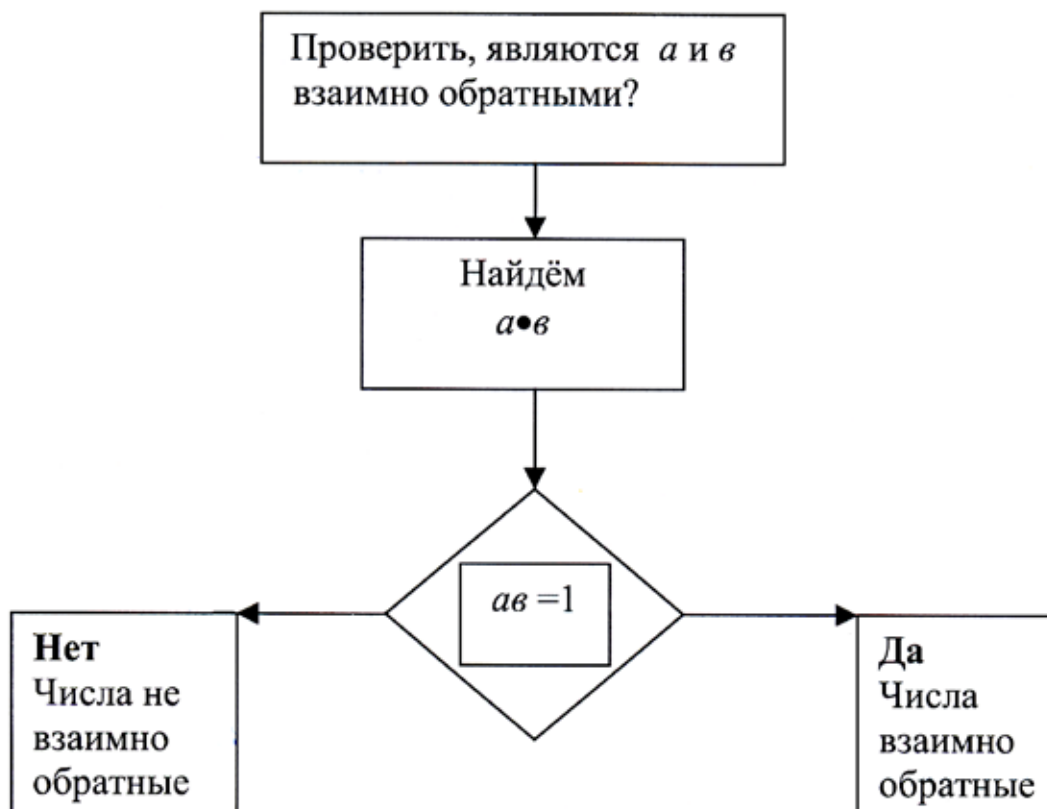
Эти уникальные числа математики назвали взаимно обратные.

Тема сегодняшнего урока «Взаимно обратные числа».

Попробуем сформулировать определение взаимно обратных чисел.

Определение: два числа, произведение которых равно 1, называют взаимно обратными.

В нашем учебнике дано такое же определение, а в математическом словаре есть дополнение (опр. из МС). Для какого числа нет обратного? (Для 0.)



Какие же задачи могут возникать на уроке?

1 задача. Проверить, являются ли числа взаимно обратными. Как это можно сделать? Попробуем сформулировать алгоритм проверки. Найдите такие задания в учебнике (№ 561).

2 задача: Найти число обратное данному, если это число:

- обыкновенная дробь  $2/3$
- смешанное число  $1\frac{1}{3}$
- натуральное число 6
- десятичная дробь 3,5

(В каждом случае пример предлагают учащиеся.)

Найдите такое задание в учебнике (№ 562).

#### 4 этап. Закрепление

Решение заданий учебника (см. приложение 1). Проверим (фронтально).

#### 5 этап. Первичный контроль

Запишите числа обратные данным (см. таблицу 1).

Таблица 1

1 вар.	2	$3/5$	$3/26$	0,5	1,9	2,2	$1\frac{2}{7}$
2 вар.	6	$6/7$	$5/64$	0,4	1,7	1,4	$3\frac{3}{8}$

Таблица 2 (для проверки ответов)

1 вар.	$1/2$	$1\frac{2}{3}$	$8\frac{2}{3}$	2	$10/19$	$5/11$	$7/9$
	м	о	л	о	д	е	ц
2 вар.	$1/6$	$1\frac{1}{6}$	4	2,5	$10/17$	$5/7$	$8/27$
	м	о	л	о	д	е	ц

## 6 этап. Домашнее задание (см. приложение 1)

Задание № 569 требует пояснений.

Марина занималась исследовательской работой в прошлом году, и она нам поможет.

Марина. Эту задачу можно перевести на язык графов. Что такое граф?

*Граф — это фигура, составленная из отрезков и точек.*

В задаче заменим острова точками (вершинами), мосты — отрезками (рёбрами). Чётная вершина — вершина, из которой выходит чётное число отрезков. Нечётная вершина — вершина, из которой выходит нечётное число отрезков. Если граф можно обойти без отрыва карандаша, то он уникурсален. Если нет, то граф не уникурсален.

Эйлер разработал теорию графов и сформулировал теорему, которая вам поможет без труда решить домашнюю задачу. Вот эта теорема:

1. Граф без нечётных вершин уникурсален.
2. Если граф имеет две нечётных вершины, то граф уникурсален. Обходить начинать в любой нечётной вершине и заканчивать в другой.
3. Граф, имеющий более двух нечётных вершин, не уникурсален. (Рассказ сопровождается показом слайдов, Марина дарит печатные подсказки. Приложение 2.)

## 7 этап. Итог урока

Какое открытие для себя вы сделали?

Пусть впереди вас ожидают новые открытия и новые задачи. Мне хотелось, чтобы чаще ваша работа завершалась удовлетворённым восклицанием «Эврика!»

-12-

### Приложение 1

М-6. Тема «Взаимно обратные числа» (2 урока)

№	Работа в классе			Дома			Сам. работа	
	Устно	На "3"	На "4"	На "5"	На "3"	На "4"		На "5"
1	На доске	561 а - г 562 а - г	561 562	561, 562 563	611 575 а	611, 575 577	611, 575 577, 569	Проверочная работа
2	565, 566, 568	564	564 567	564, 567 573 или 578	606 576	606, 607 576	607, 576, 572	Д. М. 131, 132

### Приложение 2. Подсказка от Марины:

Что такое граф?

\*Граф — это фигура, составленная из отрезков и точек.

В задаче заменим острова **точками (вершинами)**, мосты — **отрезками (рёбрами)**.

**Чётная вершина** — вершина, из которой выходит чётное число отрезков.

**Нечётная вершина** — вершина, из которой выходит нечётное число отрезков.

Если граф можно обойти без отрыва карандаша, то он **уникурсален**.

Если нет, то граф **не уникурсален**.

\*\*Теорема Эйлера:

1. Граф без нечётных вершин уникурсален.
2. Если граф имеет две нечётных вершины, то граф уникурсален. Обходить начинать в любой нечётной вершине и заканчивать в другой.
3. Граф, имеющий более двух нечётных вершин, не уникурсален.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Математика: Учеб. для 6 кл. общеобразоват. учреждений. — 10-е изд., стереотип. — М.: Мнемозина, 2002.
2. Математический энциклопедический словарь. — М.: Сов. Энциклопедия, 1988.
3. Чесноков А.С., Нешков К.И. Дидактические материалы по математике для 6 класса. — 2-е изд., дораб. — М.: Просвещение.

УРОК ИЗУЧЕНИЯ ТЕОРИИ

Опыт работы показал, что имеет смысл критически подходить к выбору содержания материала особенно в шестом—седьмом классах:

- основные задачи уроков: изучение теории цельным блоком, обучение выделению методов доказательства, формирование критического мышления, обучение работе с учебными текстами, развитие возможностей учащихся, включение школьников в творчество с учетом интересов учащихся и др.;
- считаю, что учебное время в этих классах не всегда используется оптимально, что тормозит развитие учеников и мешает формированию интереса к математике и учебе в целом; следует выполнять «забегание» вперед с более сложными и трудными частями программ (в частности, разработала пособие по геометрии для 6 класса и несколько раз его опробовала в своей практике. Изучение геометрии в 6-м классе проводилось в форме специальной игры, моделирующей деятельность математика-профессионала. Это позволило качественно изучить материал геометрии до признаков равенства треугольников и начать курс геометрии в 7 классе с этой темы. Понятно, что этим самым я получаю большой резерв времени и могу вносить существенные изменения в программу, есть время на проведение факультативов);
- в процессе изучения теории провожу целенаправленную работу по обучению учащихся работе с учебными текстами и развитию интереса к математике и учебе в целом (для этого использую специальные игры, исторический материал, интересы школьников, учет профиля);
- в работе использую различные учебники, которыми удалось обеспечить всех учащихся (это общераспространенные учебники, учебники для углубленного класса и профильные учебники). Кроме того, приходится самостоятельно перерабатывать пособия, стараясь полнее учесть особенности классов;
- формы и проведения уроков изучения теории различны: урок-лекция, самостоятельное изучение теории, работа учащихся с ЭВМ, с программированным пособием и др. Выбор формы проведения урока зависит от класса и особенностей темы, возможностей учащихся.

При отборе содержания строю модель материала и на основе экспериментов с моделью определяю: главное содержание, наиболее сложные и трудные части, возможности использования материала для решения всего комплекса задач урока, методы решения задач по теме, трудности школьников, способы их диагностики и предупреждения.

По результатам анализа формулирую цели и задачи изучения темы в целом. При этом я опираюсь на работы Ю.К. Бабанского и планирую три вида задач: обучения, воспитания и развития. При выборе задач приходится учитывать ряд ограничений: готовность класса и отдельных учеников, материальную базу кабинета, интересы школьников.

Познавательная деятельность учащихся на данном уроке организуется таким образом, чтобы на этих уроках:

- ученики учились работе с элементами математического текста (теоремы, методы решения задач, разные типы задач, приложения математики);
- обучались поиску методов доказательства утверждений;
- формировались элементы критического мышления;
- учились конспектировать и систематизировать учебный материал;
- учились задавать вопросы и участвовать в обсуждении этих вопросов;
- знакомить с возможными проектами и творческими заданиями и др.

Такая форма организации урока математики, по моему мнению, делает нужной математику и тому, кто ее любит, кому она понадобится в будущем, и тому, кто не терпит математику и уверен в том, что она ему совсем не понадобится.

Тщательно анализирую результаты проведения уроков изучения теории. В процессе анализа использую: результаты наблюдений за учащимися на уроке (имеется ряд групп учащихся, на основе

наблюдения за которыми веду наблюдение); изучаю конспекты учащихся после урока; вопросы учащихся; поведение учащихся на уроке. Цель анализа результатов данного урока состоит: исправить свои педагогические ошибки; выяснить степень понимания; коррективы, которые требуется внести; дополнительные теоретические сведения, которые следует внести; получить информацию о конкретизации остальных уроков по теме.

Подготовка к такому уроку (в соответствии с предыдущим) сводится к таким действиям: изучение программы и ее корректировка; моделирование учебного материала и его анализ; формулировка всего спектра целей и задач; обоснование форм, методов и познавательной деятельности; анализ результатов урока и его корректировка.

#### УРОК ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

С учетом результатов анализа первого урока приступаю к подготовке **уроков обучения решению задач**. Эта подготовка состоит из таких шагов:

- анализ задач по теме. В процессе анализа обращаю внимание на состав элементов, связи элементов друг с другом, связи задач друг с другом, связь задач с теми, которые предлагаются на выпускных и вступительных задачах;
- выделяю методы решения задач, выполняя их методическую разработку: выбор задачи для первого анализа; выбор метода анализа; обоснование метода самоконтроля, которым учащиеся могут находить свои ошибки; способы составления задач, решаемых методом; систематизация материалов о методе; банк задач на метод;
- определяю последовательность изучения методов;
- выбираю систему ключевых задач к уроку;
- обосновываю, с учетом особенностей класса и отдельных учащихся, систему обучающих задач; планирую не менее двух уроков (урок решения ключевых задач и урок решения обучающих задач);
- готовлю планы уроков обучения решению задач;
- выбираю способы самоанализа этих уроков.

Данные виды урока достаточно подробно описываются в литературе, поэтому на формах, методах обучения и познавательной деятельности учащихся останавливаться не буду. Эти уроки опираются на уроки изучения теории (используются теоретические сведения, методы доказательства теорем) и их результаты существенно используются в последующих уроках изучения темы.

#### УРОК ОКАЗАНИЯ ПОМОЩИ

Одним из важнейших уроков считаю **урок оказания помощи**. Основными задачами таких уроков является: обучение решению сложных задач; взаимообмен опытом решения задач между учениками друг с другом и учениками со мной; оказание помощи конкретным группам учащихся; обучение поведению в ситуации непонимания, когда задача не получается.

Форма познавательной деятельности организуется разными способами. Приведу только три варианта.

**Урок-консультация:** ученики приносят вопросы по теме и сдают мне до урока. На эти вопросы предлагаю ответить ученикам класса или отвечаю сама. Самое трудное при этом научить учеников готовиться к такому уроку, так как задать вопрос трудно и этому требуется учить (см. задачи урока).

**Урок оказания целенаправленной помощи:** обучение самоконтролю, поиску методов решения, обучение использованию эвристик и т. п. Виды помощи и группы учеников определяю на основе результатов анализа предыдущих уроков и результатов наблюдений.

**Специальные игры,** при проведении которых учу определению затруднений при решении задач и способам их преодоления.

Эти уроки вносят существенный вклад в результативность работы над темой:

- позволяют оперативно вносить коррективы и школьникам преодолевать трудности в учебе;
- научить решению задач на более высоком уровне, чем это требует программа по математике;
- учить ребят поведению в трудных ситуациях (не только на уроках математики), решению трудных задач;
- готовят к следующим урокам по теме и к изучению последующих тем;
- ученики начинают общаться друг с другом в условиях учебной деятельности (и учатся

этому);

— ученики учатся подготовке к урокам;

— ученики узнают о том, к кому можно обратиться за помощью, как оказать помощь и как воспользоваться помощью.

Условия эффективности уроков оказания помощи связаны с точностью прогнозов затруднений, подготовкой учащихся к урокам (если вопросов не будет, то урок, скорее всего не получится), выбор средств оказания помощи.

#### ОТЧЕТНЫЕ УРОКИ

На очереди — **отчетные уроки** по теме. Задачами этих уроков являются:

— развитие творческих способностей учащихся путем придания контролю развивающих функций (за счет выбора средств контроля, форм его организации и др.);

— контроль за знаниями и умениями учащихся;

— выявление затруднений школьников в учебе, их диагностика и выбор способа коррекции;

— прослеживание процесса развития учащихся;

— определение возможных творческих заданий в соответствии с результатами контроля;

— подготовка к выпускным и вступительным экзаменам и др.

Понятно, что решить такие сложные задачи невозможно, используя только одну форму организации совместной деятельности учащихся и учителя. Поэтому использую разные: традиционные самостоятельные и контрольные работы, специальные игры, самостоятельные работы с учебной литературой и т. п. Эти уроки тесно связаны (связями соподчинения) с предыдущими уроками и без предыдущих не могут быть подготовлены и проведены. Условиями эффективности этих уроков являются ориентация на расширение творческих возможностей учащихся и обеспечение развивающего характера контроля; точный выбор средств контроля; включение школьников в выбор формы проведения контроля и передачи им прав оценивать; качественная самостоятельная работа учащихся на предыдущих уроках; качественный анализ результатов проведения предыдущих уроков.

*Хвоинская  
Надежда  
Николаевна*

#### МАТЕМАТИКА

МЕТОДИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ОПЫТА ПО ТЕМЕ  
«МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ  
МАТЕМАТИКИ, ГОТОВЯЩИХ УЧАЩИХСЯ К ЕГЭ  
ПО МАТЕМАТИКЕ ЗА КУРС СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ»

Общеизвестно, что наибольшие затруднения испытывают учащиеся при решении заданий части С. Сложность заданий С (заданий высокого уровня) объясняется тем, что при их решении необходимо применять знание материала, относящегося к различным разделам школьного курса математики. И, в частности, наиболее трудными являются задания с параметрами. Увидев это задание, абсолютное большинство учащихся не только не пытаются их решать, но и не читают их. Все это очень просто объясняется: в школьном курсе математики задания с параметрами практически не встречаются, а если и встретишь такое задание, например определение числа корней квадратного уравнения, то самое простое, которое не дает представление о способах решения подобных заданий. Считаю необходимым знакомить учащихся с заданиями с параметрами уже в 9 классе, тогда они, прочитав и вникнув в них, смогут начать выполнение задания, а некоторые доведут его до победного конца. В связи с этим хочу предложить графический способ решения заданий уровня С4 из КИМов по математике в 2004 году и С5 из КИМов по математике в 2005 году и некоторых других.

Тест № 530—2004 г. (задание С4)

Найдите все значения параметра «а» при которых множество решений

неравенства  $\frac{25 - (a + 10)x}{x^2} < \frac{5a}{x^2} \left( \frac{5}{x} - 2 \right) - 1$  содержит число 6, а также

два непересекающихся отрезка длиной 6 каждый.

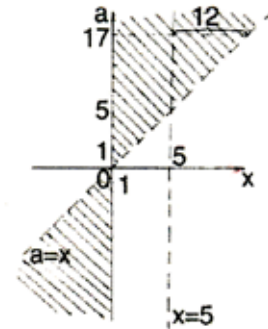


Решение

$$\frac{25-(a+10)x}{x^2} < \frac{5a}{x^2} \left( \frac{5}{x} - 2 \right) + 1 < 0$$

$$\frac{25 - ax^2 + 10x^2 - 25a + 10ax + x^3}{x^3} < 0,$$

$$\frac{25(x-a) + x^2(x-a) - 10x(x-a)}{x^3} < 0, \quad \frac{(x-a)(x-5)^2}{x^3} < 0$$



Рассмотрим решение неравенства в системе координат  $xOa$ , для  $a=x, x=5, x=0$ .

1 случай:  $x > 0$ , тогда  $x-a < 0$  или  $a > x$

2 случай:  $x < 0$ , тогда  $x-a > 0$  или  $a < x$ .

Тогда по графику определяем, что множество решений удовлетворяет условию, если  $a \in (17, \infty)$ .

Тест № 497 – 2004 г. (задание С4)

Найдите все значения параметра «а», при которых в множестве решений неравенства

$$x(x-2a+8) + a^2 < 16a - \frac{8a^2}{x}$$

можно расположить два отрезка длиной 6 и длиной 1,

не имеющих общих точек.

Решение

$$x(x-2a+8) + a^2 < 16a - \frac{8a^2}{x}, \quad x^2 - 2ax + 8x + a^2 - 16a + \frac{8a^2}{x} < 0,$$

$$\frac{x(x^2 - 2ax + a^2) + 8x - 16ax + 8x^2}{x} < 0, \quad \frac{x(x-a)^2 + 8(x-a)^2}{x} < 0,$$

$$\frac{(x-a)^2(x+8)}{x} < 0.$$

Рассмотрим решение неравенства в системе координат  $xOa$ , для этого построим графики:  $a-x, x = -8, x = 0$ .

1 случай:  $x > 0$ , тогда  $x+8 < 8$  или  $x < -8$ , значит, решений нет.

2 случай:  $x < 0$ , тогда  $x+8 > 0$  или  $x > -8$ .

Тогда по графику определяем, что множество решений удовлетворяет условию,

если  $a \in (-\infty, -7) \cup (-7, -6) \cup (-2, -1) \cup (-1, \infty)$ .

Тест № 562 – 2004 г. (задание С4)

Найдите все положительные значения параметра «а», при которых для любого числа из отрезка  $[-3; 3]$  верно неравенство  $|2x+a| |x| - 13 \geq 1$ .

Решение

Проверим  $x=0$ , получим неравенство  $-13 \geq 1$  (верно), таким образом,  $x=0$  является решением неравенства.

Упростим данное неравенство:

$$2x+a |x| - 13 \geq 1 \vee 2x+a |x| - 13 \leq 1.$$

$$2x+a |x| \geq 14 \vee 2x+a |x| \leq 12.$$

Рассмотрим данную совокупность при  $x > 0$  и  $x < 0$

1. Пусть  $x > 0$ , тогда получим совокупность неравенств

$$2x + ax \geq 14 \vee 2x + ax \leq 12.$$

$ax \geq 14 - 2x \vee ax \leq 12 - 2x$ , так как  $x > 0$ , то, разделив обе части неравенств на  $x$ , получим



$$a \geq \frac{14}{x} - 2 \text{ или } a \geq \frac{12}{x} - 2.$$

Построим графики функций  $a \geq \frac{14}{x} - 2$  и  $a \geq \frac{12}{x} - 2$  в системе  $xOa$  на промежутке  $(0, 3]$  и отметим множества решений, удовлетворяющих неравенствам, записанным выше.

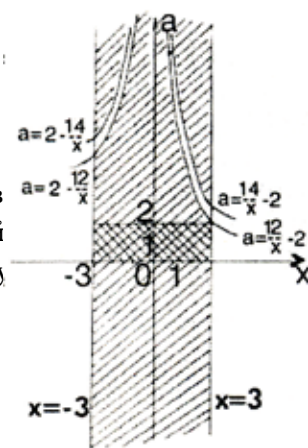
2. Пусть  $x < 0$ , тогда получим совокупность неравенств

$$2x - ax \geq 14 \vee 2x - ax \leq 12.$$

$ax \leq 2x - 14 \vee ax \geq 2x - 12$ , так как  $x < 0$ , то, разделив обе части неравенств на  $x$ , получим

$$a \geq 2 - \frac{14}{x} \text{ или } a \leq 2 - \frac{12}{x}.$$

Построим графики функции  $a = 2 - \frac{14}{x}$  и  $a = 2 - \frac{12}{x}$  в системе  $xOa$  на промежутке  $[-3, 0)$  и отметим множества решений, удовлетворяющих неравенствам, записанным выше. Тогда по графику определяем, что условие выполняется при  $a \in (0, 2]$ .



Тест № 521 – 2005 г. (задание С5)

Даны два уравнения

$$\sqrt{(p^2 - 3p - 6)x + 24p - 15} = 6p - 5 - 2x \text{ и } \left(4 + 2^{\frac{p-1}{p}}\right) = 134 - 3x.$$

Значение параметра  $p \neq 0$  выбирается так, что при умножении числа различных корней первого уравнения на число различных корней второго уравнения получается число  $2p$ . Решите второе уравнение при каждом значении параметра, выбранном таким образом.

Решение

Пусть первое уравнение имеет  $n$  решений. Заменим первое уравнение системой двух условий:

$(p^2 - 3p - 6)x + 24p - 15 = (6p - 5 - 2x)^2$  при условии, что  $6p - 5 - 2x \geq 0$ . Очевидно, что данная система имеет столько же решений, что и данное уравнение, т.е.  $n = 0; 1; 2$ .

Рассмотрим второе уравнение  $\left(4 + 2^{\frac{p-1}{p}}\right) = 134 - 3x$ , пусть оно имеет  $k$  корней. Функция, стоящая в левой части уравнения, является возрастающей, а в правой части убывающая функция. Учитывая, что график левой части проходит через точку  $(0; 1)$ , а график правой части проходит через точку  $(0; 134)$ , получаем, что второе уравнение всегда имеет один корень, т.е.  $k = 1$ .

Таким образом, возможны следующие случаи: 1)  $n = 0, k = 1, p = 2$ ; 2)  $n = 1, k = 1, p = 1$ ; 3)  $n = 2, k = 1, p = 0$ ; не удовлетворяет условию.

Рассмотрим подробнее первые два случая.

Пусть  $p = 2$ , т.е.  $n = 0, k = 1$ , тогда  $\sqrt{-8x + 33} = 7 - 2x$ , если  $7 - 2x \geq 0$ . После возведения в квадрат и упрощения, получаем уравнение  $x^2 - 5x + 4 = 0, x = 1$  и  $x = 4$  (посторонний корень), т.е. первое уравнение имеет один корень, что не удовлетворяет условию, что  $n = 0$ .

Пусть  $p = 1$ , т.е.  $n = k = 1$ ,

Тогда  $\sqrt{-8x+9} = 1-2x$ , если  $1-2x \geq 0$ .

После возведения в квадрат и упрощения, получаем уравнение  $x^2 + x - 2 = 0$ ,  $x = -2$  и  $x = 1$  (посторонний корень), т.е. первое уравнение имеет один корень, что удовлетворяет условию, что  $n=1$ .

Тогда решим второе уравнение при  $\rho=1$ , оно примет вид:  $5^x = 134 - 3x$ , единственный корень, который имеет данное уравнение, легко угадывается, это  $x=3$ , действительно: при  $x=3$  левая и правая части равны  $125 = 134 - 9$ .

*Желаю успехов учителям и учащимся при подготовке к ЕГЭ по математике и буду очень рада, если эти материалы помогут им.*